Lista pytań na egzamin licencjacki w roku akademickim 2019/20 na kierunku Matematyka Komputerowa

Instytut Informatyki i Matematyki Komputerowej UJ

- **Elementy logiki i teorii mnogości**

1. Relacja równoważności: definicja, przykłady, zastosowania.
2. Relacje częściowego i liniowego porządku: definicja i przykłady.
3. Moc zbioru. Twierdzenie Cantora i Cantora-Bernsteina.

- **Analiza matematyczna**

4. Wielomiany trygonometryczne i szeregi Fouriera.
5. Twierdzenia o wartości średniej dla funkcji jednej zmiennej. Przykłady zastosowań.
6. Szereg potęgowy, promień zbieżności. Funkcje dane przez szeregi potęgowe (np. e^x, $\sin x$).
7. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu i szeregu funkcyjnego. Twierdzenia o ciągłości, całkowalności, różniczkowalności funkcji granicznej.
8. Całka Riemanna funkcji jednej zmiennej. Definicja, istnienie, interpretacja geometryczna.

- **Algebra liniowa z geometrią**

9. Wektory własne i wartości własne macierzy kwadratowej.
10. Przestrzeń wektorowa, baza i wymiar przestrzeni. Przykłady przestrzeni wektorowych skończenie i nieskończenie wymiarowych.
11. Ciało liczb zespolonych. Zasadnicze twierdzenie algebry.

- **Programowanie**

12. Programowanie obiektowe i obiektowo orientowane: enkapsulacja, dziedziczenie, polimorfizm, klasy abstrakcyjne.
13. Programowanie funkcyjne i jego elementy w językach programowania C++-14 i Python (funkcje anonimowe, wskaźniki do funkcji, obiekty funkcyjne, rekursja).
14. Programowanie generyczne - szablony funkcji i klas, polimorfizm statyczny, metaprogramowanie.

- **Warsztat programisty**

15. Hierachia Chomsky'ego: automaty skończone, gramatyki bezkontekstowe i kontekstowe, maszyna Turinga.
16. Liczby całkowite i zmiennopozycyjne: sposoby kodowania, dokładność i zakres.

- **Wprowadzenie do topologii**

17. Przestrzeń zwarta i jej własności.
18. Zbiory spójne i składowe spójne

- **Algebra obliczeniowa**

  19. Twierdzenie Lagrange'a w teorii grup i jego zastosowania.
  20. Homomorfizmy grup i ich podstawowe własności; twierdzenia fundamentalne o izomorfizmach grup; grupy permutacji i twierdzenie Cayley'a.
  21. Klasyfikacja grup abelowych skończenie generowanych.

- **Wstęp do matematyki dysktretnej**

  22. Istnienie elementów odwrotnych względem mnożenia w strukturze $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$ w zależności od m; rozszerzony algorytm Euklidesa.
  23. Grafy hamilotonowskie i eulerowskie; definicje i twierdzenia.

- **Metody programowania, Algorytmy i struktury danych**

  24. Grafy: reprezentacje, metody przeglądania; omówić wybraną metodę.
  25. Metoda "dziel i zwyciężaj": zalety i wady, przykłady zastosowań.
  26. Zasada algorytmu zachłannego, przykład poprawnego i niepoprawnego wykorzystania.
  27. Drzewa BST: definicja, zastosowania i metody dostępu.
  28. Złożoność obliczeniowa algorytmów: definicja, notacja i przykłady.

- **Rachunek prawdopodobnieństwa i statystyka**

  29. Zmienna losowa: definicja, rodzaje i rozkłady.
  30. Prawa wielkich liczb i ich znaczenie.

- **Dynamika obliczeniowa**

  31. Definicja układu dynamicznego. Przykłady.
  32. Stabilność i asymptotyczna stabilność punktu stałego. Tw. Grobmana-Hartmana
  33. Zbiór rozwiązań równania $x' = Ax$, gdzie A jest rzeczywistą macierzą kwadratowa.

- **Metody numeryczne**

  34. Rozwiązywanie układu równań liniowych: metoda eliminacji Gaussa i metoda Gaussa-Seidla; porównanie metod.
  35. Metody interpolacji wielomianowej.

- **Topologia obliczeniowa**

  36. Lemat Spernera i Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym.
  37. Grupa homologii symplicjalnych kompleksu symplicjalnego.

- **Dyskretne układy dynamiczne**

  38. Rozmaitości niezmiennicze hiperbolicznych punktów stałych.
  39. Homeomorfizmy okręgu i liczba obrotu.
  40. Układy chaotyczne - definicja i przykłady.